

আশুগঞ্জ সার কারখানা কলেজ

পরীক্ষা-২০২১ ইং শ্রেণি-১২শ

বিষয়: উচ্চতর গণিত ২য় পত্র

সময়: ২ ঘন্টা ৩৫ মিনিট

সৃজনশীল প্রশ্ন

পূর্ণমান: ৫০

[প্রত্যেক বিভাগ হতে কমপক্ষে দুইটি করে মোট পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও:]

ক - বিভাগ: বীজগণিত ও ত্রিকোণমিতি

১। $x^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় α, β

ক. উদ্দীপকের সমীকরণটির পৃথায়ক কত?

খ. $c(x^2 + 1) - (b^2 - 2c)x = 0$ এর মূল দুইটি α, β এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

গ. এরূপ একটি সমীকরণ নির্ণয় কর যার মূলদ্বয় $\alpha + \frac{1}{\beta}$ ও $\beta + \frac{1}{\alpha}$ ।

২। $f(x) = \sin x, g(x) = \cos x, \sin \theta = \frac{4}{5}$

ক. $\operatorname{cosec}^{-1} \sqrt{5} + \sec^{-1} \frac{3}{\sqrt{10}}$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে,

$$\sec^{-1} \sqrt{5} + \frac{1}{2} \theta - \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} = \tan^{-1} 2$$

গ. উদ্দীপকের আলোকে সমাধান কর: $\sqrt{3} g(x) + f(x) = \sqrt{3}$.

৩। $F(x) = 27x^2 + 6x - (m + 2),$

$P(x) = rx^2 - 2nx + 4m$ এবং $Q(x) = mx^2 + nx + r.$

ক. $(x + 2\sqrt{3}i)$ মূলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. $F(x) = 0$ সমীকরণটির একটি মূল অপর মূলটির বর্গের সমান হলে, m এর মান নির্ণয় কর।

গ. $P(x) = 0$ এবং $Q(x) = 0$ সমীকরণ দুটির একটি সাধারণ মূল থাকলে, প্রমাণ কর যে, $(2m - l)^2 + 2n^2 = 0$ অথবা, $2m + r = 0$.

৪। $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}, g(y) = \frac{1-y^2}{1+y^2}$ এবং $h(x) = \sin x$

ক. $\sin^{-1} m + \cos^{-1} n = \frac{\pi}{2}$ হলে, প্রমাণ কর যে, $m^2 + n^2 = 1$

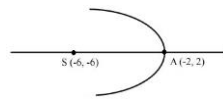
খ. $\operatorname{cosec}^{-1} \frac{1}{f(a)} - \sec^{-1} \frac{1}{g(b)} = 2 \tan^{-1} x$ হলে, দেখাও যে,

$$x = \frac{a-b}{1+ab}$$

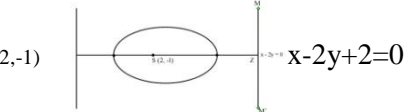
গ. $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ব্যবধিতে $2h(\theta) \cdot h(3\theta) = 1$ সমীকরণটির সমাধান কর।

খ - বিভাগ: জ্যামিতি ও বলবিদ্যা

৫।

দৃশ্যকল্প-১: $S(-6,-6)$ 

দৃশ্যকল্প-২:

$S(2,-1)$  $x-2y+2=0$

ক. $3x^2 + 5y^2 = 1$ উপবৃত্তটির উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর।

খ. দৃশ্যকল্প-১ এ S উপকেন্দ্র এবং A শীর্ষবিন্দু হলে, পরাবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. দৃশ্যকল্প-২ হতে উপবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর যার উৎকেন্দ্রিতা $\frac{1}{\sqrt{2}}$, S উপকেন্দ্র এবং $MZ\bar{M}$ নিয়ামক।

৬। দৃশ্যকল্প-১: P ও Q দুটি সদৃশ সমান্তরাল বল। P বলটির ক্রিয়ারেখা সমান্তরাল রেখে তার ক্রিয়াবিন্দুকে x দূরত্বে সরানো হলো।

দৃশ্যকল্প-২: P ও Q ($P > Q$) বল দুটি পরস্পর α কোণে ক্রিয়ারত এদের অবস্থান বিনিময় করলে লব্ধি θ কোণে ঘুরে যায়।

ক. 8N ও 6N মানের দুটি বল পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধি নির্ণয় কর।

খ. দৃশ্যকল্প-১ হতে প্রমাণ কর যে, বল দুটির লব্ধি $\frac{Px}{P+Q}$ দূরত্বে সরে যায়।

গ. দৃশ্যকল্প-২ হতে প্রমাণ কর যে, $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{P-Q}{P+Q} \tan \frac{\alpha}{2}$.

৭। $16x^2 + 25y^2 = 400$.

ক. একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ $y^2 - 2x^2 = 2$ উহার উৎকেন্দ্রিকতা কত?

খ. উৎকেন্দ্রিকতাসহ উদ্দীপকের কণিকের শীর্ষদ্বয়ের স্থানাংক ফোকাস ও উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

গ. চিত্রহস উদ্দীপকে উল্লিখিত কণিকটির উপকেন্দ্রিক লম্বদ্বয়ের ও নিয়ামকদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় কর।

৮। দৃশ্যকল্প-১: পরস্পর θ কোণে ক্রিয়াশীল P, Q মানের বলদ্বয়ের লব্ধির

মান $(2m + 1)\sqrt{P^2 + Q^2}$ । যখন তারা $(\frac{\pi}{2} - \theta)$ কোণে ক্রিয়া

করে, তখন তাদের লব্ধির মান $(2m - 1)\sqrt{P^2 + Q^2}$ হয়।

দৃশ্যকল্প-২: একটি হালকা দণ্ডের এক প্রান্ত হতে 2, 8, 6 মিটার দূরত্বে অবস্থিত তিনটি বিন্দুতে যথাক্রমে P, Q, R মানের তিনটি সমান্তরাল বল ক্রিয়া করার ফলে দণ্ডটি ভারসাম্য অবস্থায় থাকে।

ক. ল্যামির উপপাদ্যটি বর্ণনা কর।

খ. দৃশ্যকল্প-১ হতে প্রমাণ কর যে, $\tan \theta = \frac{m-1}{m+1}$.

গ. দৃশ্যকল্প-২ হতে দেখাও যে, $P:Q:R = 1:2:3$